9.1 FLUID PRESSURE, PASCAL'S LAW & HYDROSTATIC PARADOX

Chapter 9 • Fluids

What is a Fluid? Pressure P = F_⊥ / A: Any substance that can **flow** (liquids and gases) and offers negligible resistance to shear stress at rest. **Pressure (P) = Normal Force / Area** (Scalar quantity; SI unit: **Pa = N/m²**; 1 atm = 1.013 × 10^5 Pa = 76 cm of Hg; 1 bar = 10^5 Pa).

वे पदार्थ जो बह सकते हैं (द्रव व गैस) तरल कहलाते हैं। एकांक क्षेत्रफल पर लंबवत बल दाब (P = F/A) कहलाता है। 1 atm = 1.013 × 10^5 Pa।

Variation of Pressure with Depth (गहराई के साथ दाब): Pressure at depth *h* below the free surface of a liquid of density ρ: **P = P_a + h ρ g**, where P_a = atmospheric pressure and **h ρ g = Gauge Pressure**. Note: Pressure at the same horizontal level in a connected static fluid is ALWAYS equal—regardless of vessel shape (**Hydrostatic Paradox**)!

h गहराई पर कुल दाब P = P_a + hρg होता है; यहाँ hρg गेज दाब है। समान क्षैतिज स्तर पर दाब बर्तन के आकार पर निर्भर नहीं करता।

Pascal's Law & Hydraulic Machines (पास्कल का नियम): External pressure applied to an enclosed incompressible fluid is transmitted **undiminished** to every portion of the fluid and the walls of the vessel.
Hydraulic Lift / Brakes: **$F_1 / A_1 = F_2 / A_2 \Rightarrow F_2 = F_1 (A_2 / A_1)$** (small force on small piston lifts heavy car on large piston!).

बंद तरल पर लगाया गया बाह्य दाब सभी दिशाओं में बिना घटे समान रूप से संचरित होता है (हाइड्रोलिक लिफ्ट व ब्रेक इसी पर आधारित हैं)।

Key Exam Point: Manometer measures gauge pressure (P − P_a); Mercury Barometer (Torricelli) measures atmospheric pressure P_a = hρg!

मैनोमीटर गेज दाब मापता है, जबकि पारा बैरोमीटर वायुमंडलीय दाब मापता है।

Streamline vs Turbulent Flow & Equation of Continuity: In **steady (streamline) flow**, fluid velocity at any fixed point remains constant in time and streamlines never cross. By conservation of mass for an incompressible fluid: **$A_1 v_1 = A_2 v_2$ = Constant** (narrower pipe = faster flow!).

धारा-रेखीय प्रवाह में प्रत्येक बिंदु पर वेग नियत रहता है। सांतत्य समीकरण $A_1v_1 = A_2v_2$ (अर्थात् संकरी नली में वेग अधिक होता है)।

Bernoulli's Principle (बर्नौली का सिद्धांत — Conservation of Energy): For steady, non-viscous, incompressible, irrotational flow along a streamline, the sum of pressure energy, kinetic energy per unit volume, and potential energy per unit volume is constant:
$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h$ = Constant.

अश्यान व असंपीड्य धारा-रेखीय प्रवाह में एकांक आयतन की दाब ऊर्जा, गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा का योग नियत रहता है: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh$ = नियत।

BERNOULLI'S PRINCIPLE: STREAMLINE FLOW THROUGH VARYING CROSS-SECTION

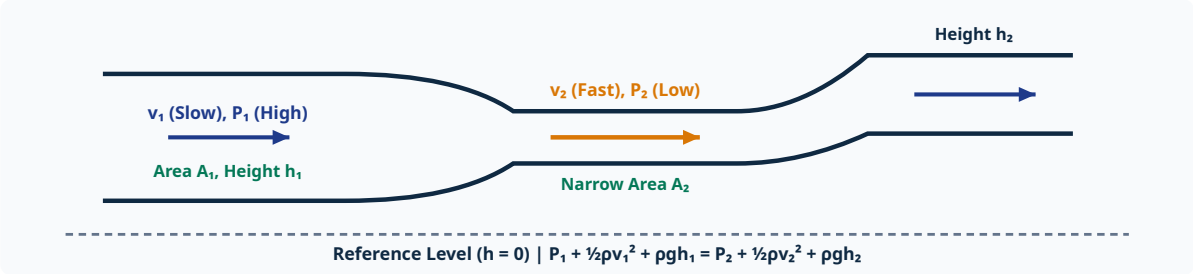

Fig 9.1: Equation of Continuity $A_1v_1 = A_2v_2$ and Bernoulli's Theorem $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh$ = Constant.

Key Exam Point: Where fluid speed is HIGH, static pressure is LOW (Magnus effect in spinning ball, aerofoil lift, blowing off roofs in storms)!

जहाँ तरल का वेग अधिक होता है, वहाँ स्थैतिक दाब कम हो जाता है (हवाई जहाज का उठना व स्पिन गेंद का मैग्नस प्रभाव)।

1. Speed of Efflux: Torricelli's Law (टॉरिसेली का बहिःस्राव वेग): For a small hole at depth *h* below the free surface of a large tank: **v = √(2gh)** (same speed as a body falling freely from height *h*!). If tank height is H, horizontal range on ground is **R = 2√[h(H − h)]** (Maximum range R_max = H when hole is at h = H/2!).

बर्तन में मुक्त तल से h गहराई पर बने छिद्र से निकलने वाले द्रव का वेग v = √(2gh) होता है; अधिकतम क्षैतिज परास h = H/2 पर मिलता है।

2. Venturimeter (वेंचुरीमीटर — Flow Speed Meter): Measures flow speed in a pipe using pressure drop at the narrow throat: $\mathbf{v_1 = a_2 \sqrt{[\,2(P_1 - P_2) / \{\rho(a_1^2 - a_2^2)\}\,]}}$.

वेंचुरीमीटर दाबांतर ($P_1 - P_2$) की सहायता से पाइप में द्रव प्रवाह की दर मापता है।

3. Dynamic Lift: Aerofoil & Magnus Effect (गतिक उत्थापन): Curved upper wing surface forces air to move faster (lower pressure) than the flat bottom (higher pressure), creating upward lift! Spinning ball deflects toward the side of higher air speed (lower pressure)—called the **Magnus Effect**.

हवाई जहाज के पंखों की विशेष आकृति और घूमती हुई गेंद पर मैग्नस प्रभाव बर्नौली के सिद्धांत से ही उत्पन्न होते हैं।

Key Exam Point: Blood flow & Heart Attack: Plaque narrows artery ⇒ blood speeds up ⇒ internal pressure drops ⇒ artery can collapse!

धमनी संकरी होने पर रक्त वेग बढ़ता है और दाब घटने से धमनी सिकुड़ सकती है (बर्नौली प्रभाव)।

Coefficient of Viscosity η (श्यानता गुणांक): Internal fluid friction opposing relative motion between adjacent fluid layers:
$F = -\eta A (dv/dx)$.
SI unit: **Pa s (or N s m^{-2} or Poiseuille)**; CGS unit: **Poise** (1 Pa s = 10 Poise); Dimension: **$[M^1L^{-1}T^{-1}]$**.
Temp effect: Viscosity of **liquids DECREASES** with temp; viscosity of **gases INCREASES** with temp!

द्रव की परतों के बीच सापेक्ष गति का विरोध करने वाला गुण श्यानता है: $F = -\eta A(dv/dx)$। ताप बढ़ने पर द्रवों की श्यानता घटती है, पर गैसों की बढ़ती है!

Stokes' Law & Terminal Velocity (स्टोक्स का नियम व सीमांत वेग): • **Stokes' Viscous Drag** on sphere of radius *r* at speed *v*: **$F = 6 \pi \eta r v$**.
• **Terminal Velocity (v_t)** when weight = upthrust + viscous drag:
$v_t = [\, 2 r^2 (\rho - \sigma) g \,] / (9 \eta)$ (Notice **$v_t \propto r^2$**! Bigger raindrops fall faster!).

त्रिज्या r के गोले पर श्यान बल $F = 6\pi\eta rv$, तथा सीमांत वेग $v_t = 2r^2(\rho-\sigma)g/(9\eta)$ होता है (अर्थात् $v_t \propto r^2$)।

Reynolds Number (रेनॉल्ड्स संख्या): $R_e = \rho v d / \eta$: Dimensionless number determining flow type: **R_e < 1000** ⇒ Streamline (Laminar); **1000–2000** ⇒ Unsteady; **R_e > 2000** ⇒ Turbulent flow.

$R_e = \rho v d/\eta$: यदि $R_e < 1000$ तो धारा-रेखीय, और $R_e > 2000$ होने पर प्रक्षुब्ध (turbulent) प्रवाह होता है।

Key Exam Point: Remember: 1 Poiseuille (Pa s) = 10 Poise; Viscosity of liquids ↓ with T, while gases ↑ with T!

1 पॉइज्युली (Pa s) = 10 पॉइज; ताप बढ़ने पर द्रवों की श्यानता घटती है और गैसों की बढ़ती है।

Surface Tension S & Surface Energy (पृष्ठ तनाव व पृष्ठ ऊर्जा): Surface Tension (S) = Force per unit length on an imaginary line on the liquid surface: **S = F / L** (SI unit: **N/m**; Dimension: $[M^1L^0T^{-2}]$). It arises from unbalanced inward cohesive forces, making liquids minimise surface area (why raindrops are **spherical**!).
Surface Energy: Work done to increase surface area by ΔA: **W = S × ΔA** (so S = Surface Energy per unit area!).

द्रव के मुक्त पृष्ठ पर एकांक लंबाई पर लगने वाला बल पृष्ठ तनाव (S = F/L, मात्रक N/m) है। इसी कारण वर्षा की बूँदें गोलाकार होती हैं। किया गया कार्य W = S·ΔA।

Excess Pressure Inside Drop vs Soap Bubble (अतिरिक्त दाब): • **Liquid Drop (1 free surface): ΔP = 2S / R.**
• **Soap Bubble in Air (2 free surfaces!): ΔP = 4S / R.**
• **Air Bubble inside Liquid (1 free surface): ΔP = 2S / R.**

द्रव की बूँद (1 मुक्त पृष्ठ) के भीतर अतिरिक्त दाब 2S/R होता है, जबकि हवा में साबुन के बुलबुले (2 मुक्त पृष्ठ) में 4S/R होता है!

Case	Free Surfaces	Excess Pressure ΔP	Work to Blow Radius R
Liquid Drop / Air Bubble in Liquid	1	2S / R	$W = 4\pi R^2 S$
Soap Bubble in Air	2	4S / R	$W = 8\pi R^2 S$

Key Exam Point: When two soap bubbles of different radii are connected, air flows from the SMALLER bubble (higher ΔP = 4S/r) to the LARGER bubble!

दो असमान बुलबुलों को जोड़ने पर हवा छोटे बुलबुले (अधिक दाब) से बड़े बुलबुले में जाती है!

Angle of Contact θ (संपर्क कोण): Angle between tangent to liquid surface at contact point and solid surface inside the liquid:
• **Acute (θ < 90°):** Adhesive > Cohesive; liquid **wets** solid, concave meniscus (Water–Glass: θ ≈ 0°–8°).
• **Obtuse (θ > 90°):** Cohesive > Adhesive; liquid **does NOT wet** solid, convex meniscus (Mercury–Glass: θ ≈ 135°–140°).

संपर्क कोण θ < 90° होने पर द्रव सतह को भिगोता है (अवतल मेनिस्कस, जैसे जल-काँच); θ > 90° पर नहीं भिगोता (उत्तल मेनिस्कस, जैसे पारा-काँच)।

Capillary Rise: Ascent Formula (केशिका उन्नयन सूत्र): Height of liquid rise/fall in a capillary tube of radius *r*: **h = (2 S cosθ) / (r ρ g)**.
• Notice **h ∝ 1/r** (Jurin's Law: narrower tube = higher rise!). If θ > 90° (mercury), cosθ is negative ⇒ liquid **depresses**! In zero gravity (satellite), water rises to the full length of the tube without overflowing.

केशिका नली में द्रव के चढ़ने की ऊँचाई h = (2S cosθ)/(rρg) होती है (नली जितनी पतली होगी, द्रव उतना अधिक चढ़ेगा)।

Detergents & Temperature Effect on Surface Tension: Adding **detergent/soap** or **increasing temperature** DECREASES surface tension of water (making it wet clothes better!). Surface tension vanishes at the **critical temperature**.

साबुन/डिटर्जेंट मिलाने या ताप बढ़ाने से जल का पृष्ठ तनाव घट जाता है, जिससे कपड़े बेहतर साफ होते हैं।

Key Exam Point: If a capillary tube is shorter than the theoretical rise height h, water rises to the top edge and flattens its meniscus—it NEVER overflows like a fountain!

यदि केशिका नली की लंबाई h से कम हो, तो पानी ऊपर से बाहर नहीं गिरता, बल्कि शीर्ष पर मेनिस्कस की वक्रता घट जाती है।

Buoyant Force / Upthrust (उत्प्लावन बल): When a body is wholly or partially immersed in a fluid, it experiences an upward buoyant force equal to the **weight of the fluid displaced**: **$F_B = V_{submerged} \times \sigma_{fluid} \times g$**.

आर्किमिडीज के सिद्धांत के अनुसार उत्प्लावन बल हटाए गए द्रव के भार ($V_{submerged} \cdot \sigma \cdot g$) के बराबर होता है।

Conditions of Flotation (तैरने की शर्तें): • If $\rho_{body} < \sigma_{fluid}$: Body floats with submerged fraction **$V_{in} / V_{total} = \rho_{body} / \sigma_{fluid}$**.
• *Ice in Water:* $\rho_{ice} = 0.9$ g/cm^3, $\sigma_{water} = 1.0$ g/cm^3 ⇒ 90% submerged, 10% above! When ice melts in water, water level remains **UNCHANGED**!

बर्फ पानी में 90% डूबी रहती है; बर्फ के पिघलने पर पानी का स्तर अपरिवर्तित रहता है।

Key Exam Point: A ship rises slightly when moving from river water (lower density) to sea water (higher density)!

नदी के मीठे पानी से समुद्र के खारे पानी (अधिक घनत्व) में जाने पर जहाज थोड़ा ऊपर उठ जाता है!

9.8 SOLVED NCERT NUMERICALS (PART 1)

Numerical 1: Hydraulic Lift Raising a 3000 kg Car: Large piston area $A_2 = 425\ cm^2 = 4.25\times10^{-2}\ m^2$. Force $F_2 = 3000 \times 9.8 = 29{,}400$ N. Pressure $P = F_2/A_2 = 29{,}400 / (4.25\times10^{-2}) = \mathbf{6.92 \times 10^5\ Pa}$.

3000 kg की कार उठाने हेतु बड़े पिस्टन पर दाब $P = F_2/A_2 = 6.92 \times 10^5$ Pa।

Numerical 2: Splitting a Large Drop into 1000 Tiny Droplets: Volume conserved: $R^3 = 1000\ r^3 \Rightarrow r = R/10$. New total area $= 1000(4\pi r^2) = 10(4\pi R^2)$. Increase in area $\Delta A = 9(4\pi R^2)$. Work done = $\mathbf{9 \times 4\pi R^2\ S}$ (or $36\pi R^2 S$).

1 बड़ी बूँद को 1000 छोटी बूँदों में तोड़ने पर क्षेत्रफल 10 गुना हो जाता है, अतः किया गया कार्य = $36\pi R^2 S$।

Numerical 3: Terminal Velocity of Two Identical Raindrops Merging: For 1 drop, $v_t \propto r^2$. When 8 identical drops merge: $R^3 = 8\ r^3 \Rightarrow R = 2r$. Hence new terminal velocity $= 2^2\ v_t = \mathbf{4\ v_t}$!

8 समान बूँदों के मिलकर 1 बड़ी बूँद बनने पर त्रिज्या 2 गुनी हो जाती है; चूँकि $v_t \propto r^2$, अतः नया सीमांत वेग 4 गुना हो जाएगा।

Key Exam Point: Coalescing n identical droplets into one large drop RELEASES energy (temperature increases slightly) because total surface area decreases!

कई छोटी बूँदों के मिलकर एक बड़ी बूँद बनाने पर पृष्ठ क्षेत्रफल घटता है और ऊर्जा मुक्त होती है (ताप बढ़ता है)।

Q1. Why are small drops of mercury or water spherical?: Due to surface tension, a liquid tries to acquire the minimum surface area for a given volume. For a given volume, a **sphere** has the minimum surface area.

पृष्ठ तनाव के कारण द्रव न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल ग्रहण करना चाहता है, और दिए गए आयतन के लिए गोले का क्षेत्रफल न्यूनतम होता है।

Q2. Why do roofs of huts blow off during a high-speed storm?: High-speed wind blowing over the roof creates a **low-pressure region** above (Bernoulli's principle), while stagnant air inside stays at higher atmospheric pressure, pushing the roof upward.

तेज आँधी में छत के ऊपर वायु वेग अधिक होने से दाब कम हो जाता है, जबकि नीचे का अधिक दाब छत को ऊपर उड़ा ले जाता है।

Q3. Why is hot soup tastier than cold soup?: Hot soup has **lower surface tension** than cold soup, so it spreads more easily over a larger area of the tongue, giving better taste.

गर्म सूप का पृष्ठ तनाव कम होने के कारण वह जीभ के बड़े हिस्से पर आसानी से फैल जाता है और अधिक स्वादिष्ट लगता है।

Q4. Why does oil spread over cold water whereas water remains as drops on an oily surface?: Surface tension of water (0.072 N/m) is greater than that of oil (~0.025 N/m), so water pulls oil outward into a thin film.

जल का पृष्ठ तनाव तेल से अधिक होने के कारण जल की सतह तेल को चारों ओर खींचकर पतली परत बना देती है।

Key Exam Point: Angle of contact of pure water with clean glass is nearly 0°, while mercury with glass is ~135°–140°!

शुद्ध जल और स्वच्छ काँच के लिए संपर्क कोण लगभग 0° तथा पारा-काँच के लिए ~140° होता है।

Last-Minute Exam Checklist (अंतिम परीक्षा जाँच सूची): 1. Practise Pascal's Law, Bernoulli's Theorem, and Ascent Formula derivations. 2. Memorise ΔP = 2S/R (drop) vs 4S/R (soap bubble). 3. Master Stokes' law & Reynolds number limits.

1. पास्कल, बर्नौली प्रमेय और केशिका उन्नयन सूत्र की व्युत्पत्ति अभ्यास करें। 2. बूँद (2S/R) व बुलबुला (4S/R) याद रखें। 3. स्टोक्स व रेनॉल्ड्स संख्या दोहराएँ।

Concept	Formula	Unit / Key Note
Hydrostatic Pressure & Pascal	$P = P_a + h\rho g$; $F_1/A_1 = F_2/A_2$	1 atm = 1.013×10^5 Pa
Continuity & Bernoulli	$A_1v_1 = A_2v_2$; $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{const}$	High speed ⇒ Low pressure
Torricelli Efflux	$v = \sqrt{(2gh)}$; $R = 2\sqrt{[h(H-h)]}$	$R_{max} = H$ at $h = H/2$
Viscosity & Stokes' Law	$F = -\eta A(dv/dx)$; $F = 6\pi\eta rv$	1 Pa s = 10 Poise
Terminal Velocity	$v_t = 2r^2(\rho - \sigma)g / (9\eta)$	$v_t \propto r^2$
Reynolds Number	$R_e = \rho v d / \eta$	<1000 Streamline; >2000 Turbulent
Surface Tension & Work	$S = F/L$; $W = S\,\Delta A$	Drop $\Delta P = 2S/R$; Soap = $4S/R$
Capillary Rise	$h = (2S\cos\theta) / (r\rho g)$	$h \propto 1/r$ (Jurin's Law)

Key Exam Point: Narayan Sir's Mantra: Soap bubble has TWO free air-liquid surfaces, so ALWAYS double the surface area ($2 \times 4\pi R^2 = 8\pi R^2$) and ΔP (4S/R)!

नारायण सर का मंत्र: साबुन के बुलबुले में दो मुक्त पृष्ठ होते हैं, अतः कार्य $W = 8\pi R^2S$ और अतिरिक्त दाब $\Delta P = 4S/R$ होता है!