

TYBA COACHING CENTRE | टी वाई बी ए कोचिंग सेंटर

Contact / WhatsApp: 6367029449 • NCERT Class 10 Mathematics Complete Comprehensive Notes & Solutions

Chapter 7: Coordinate Geometry

अध्याय 7: निर्देशांक ज्यामिति

Section 1: Detailed Concepts, Formulas & Derivations

खंड 1: विस्तृत अवधारणाएँ, सूत्र एवं निगमन

7.1 Introduction & The Distance Formula / 7.1 भूमिका एवं दूरी सूत्र

[English Theory]: In Class IX, we studied how to locate the position of a point on a plane using an ordered pair (x, y) , where x is the **abscissa** (distance from y -axis) and y is the **ordinate** (distance from x -axis).

Derivation of Distance Formula:

Let $P(x_1, y_1)$ and $Q(x_2, y_2)$ be two points in the Cartesian plane. Draw PR and QS perpendicular to the x -axis. Draw PT perpendicular to QS . Then $PT = RS = x_2 - x_1$ and $QT = QS - TS = y_2 - y_1$.

In the right-angled triangle PTQ , by Pythagoras theorem:

$$PQ^2 = PT^2 + QT^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$

Therefore, the **Distance between P and Q** is:

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

• **Distance from Origin $O(0, 0)$:** $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$.

• **Condition of Collinearity:** Three points A, B, C are collinear if the sum of any two distances equals the third distance (e.g. $AB + BC = AC$).

[हिंदी सिद्धांत]: कक्षा 9 में हमने पढ़ा कि किसी तल पर बिंदु की स्थिति (x, y) द्वारा निर्धारित होती है, जहाँ x **भुज** (y -अक्ष से दूरी) तथा y **कोटि** (x -अक्ष से दूरी) है।

दूरी सूत्र का निगमन:

बिंदुओं $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ के लिए समकोण त्रिभुज PTQ में पाइथागोरस प्रमेय से:

$$PQ^2 = PT^2 + QT^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\text{अतः दूरी सूत्र: } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

• **मूलबिंदु $(0, 0)$ से दूरी:** $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$ ।

• **संरेखीयता की शर्त:** तीन बिंदु A, B, C संरेखी होते हैं यदि किन्हीं दो दूरियों का योग तीसरी दूरी के बराबर हो ($AB + BC = AC$)।

7.2 Section Formula & Mid-Point Formula / 7.2 विभाजन सूत्र एवं मध्य-बिंदु सूत्र

[English Theory]: Section Formula (Internal Division):

The coordinates of the point $P(x, y)$ which divides the line segment joining the points $A(x_1, y_1)$ and $B(x_2, y_2)$ internally in the ratio $m_1 : m_2$ are:

$$x = \frac{(m_1x_2 + m_2x_1)}{(m_1 + m_2)} \quad \text{and} \quad y = \frac{(m_1y_2 + m_2y_1)}{(m_1 + m_2)}.$$

• **$k : 1$ Ratio Trick:** If the ratio is unknown, let it be $k : 1$. Then $P = \left(\frac{kx_2 + x_1}{k + 1}, \frac{ky_2 + y_1}{k + 1} \right)$.

• **Mid-Point Formula:** When $m_1 = m_2 = 1$ ($1 : 1$ ratio), the mid-point M of AB is:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right).$$

• **Points of Trisection:** Points dividing a line segment in the ratios $1 : 2$ and $2 : 1$.

[हिंदी सिद्धांत]: विभाजन सूत्र (अंतः विभाजन):

बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $m_1 : m_2$ में अंतः विभाजित करने वाले बिंदु $P(x, y)$ के निर्देशांक:

$$x = \frac{(m_1x_2 + m_2x_1)}{(m_1 + m_2)} \quad \text{तथा} \quad y = \frac{(m_1y_2 + m_2y_1)}{(m_1 + m_2)}$$

- **k : 1 अनुपात विधि:** अनुपात अज्ञात होने पर उसे $k : 1$ मानकर हल करना सबसे सरल होता है।
- **मध्य-बिंदु सूत्र:** $1 : 1$ अनुपात के लिए रेखाखंड के मध्य-बिंदु के निर्देशांक:
 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$
- **सम-त्रिभाजन बिंदु:** रेखाखंड को $1 : 2$ तथा $2 : 1$ में बाँटने वाले बिंदु।

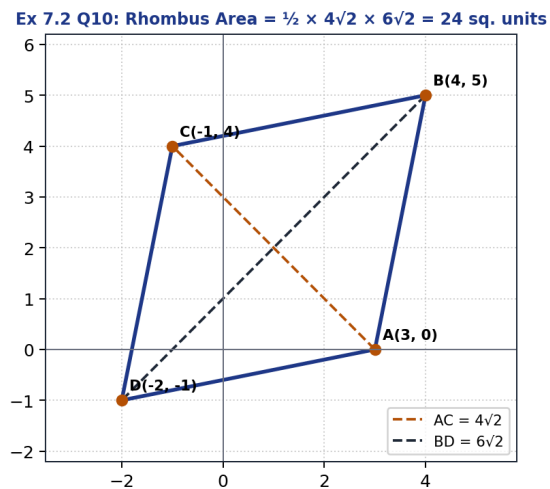
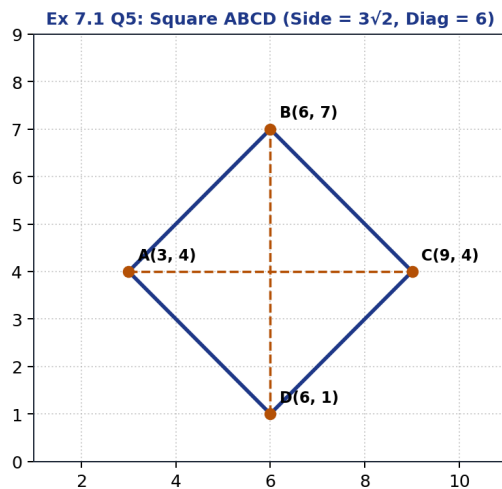


Fig 7.1: Coordinate Plane Models: Square ABCD in Classroom (Ex 7.1 Q5) and Area of Rhombus = 24 sq. units via Diagonals Product (Ex 7.2 Q10) — TYBA Coaching Centre

Section 2: Textbook Solved Examples with Step-by-Step Bilingual Solutions

खंड 2: पाठ्यपुस्तक के सभी हल किए गए उदाहरण (विस्तृत चरणबद्ध हल)

Textbook Example 1: Points Forming a Triangle / उदाहरण 1: बिंदुओं से त्रिभुज का बनना

[Problem - EN]: Do the points (3, 2), (-2, -3) and (2, 3) form a triangle? If so, name the type of triangle formed.

[प्रश्न - HI]: क्या बिंदु (3, 2), (-2, -3) और (2, 3) एक त्रिभुज बनाते हैं? यदि हाँ, तो बताइए कि किस प्रकार का त्रिभुज बनता है।

Step-by-Step Solution (English):

Let P(3, 2), Q(-2, -3), and R(2, 3). By distance formula:

$$PQ = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-3 - 2)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} \approx 7.07$$

$$QR = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 + 3)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} \approx 7.21$$

$$PR = \sqrt{(2 - 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \approx 1.41$$

Since the sum of any two of these distances is greater than the third, these points form a triangle.

Also, $PQ^2 + PR^2 = 50 + 2 = 52 = QR^2$. By Converse of Pythagoras Theorem, $\angle P = 90^\circ$.

Therefore, PQR is a **right-angled triangle**.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

दूरी सूत्र से: $PQ = \sqrt{50}$, $QR = \sqrt{52}$, $PR = \sqrt{2}$

किन्हीं दो का योग तीसरी भुजा से बड़ा है, अतः त्रिभुज बनता है।

$$PQ^2 + PR^2 = 50 + 2 = 52 = QR^2 \text{ (पाइथागोरस प्रमेय का विलोम)}।$$

अतः PQR एक **समकोण त्रिभुज** है।

Textbook Example 2: Showing Four Points Form a Square / उदाहरण 2: चार बिंदुओं से वर्ग का बनना सिद्ध करना

[Problem - EN]: Show that the points (1, 7), (4, 2), (-1, -1) and (-4, 4) are the vertices of a square.

[प्रश्न - HI]: दर्शाइए कि बिंदु (1, 7), (4, 2), (-1, -1) और (-4, 4) एक वर्ग के शीर्ष हैं।

Step-by-Step Solution (English):

Let A(1, 7), B(4, 2), C(-1, -1), and D(-4, 4).

$$AB = \sqrt{[(4 - 1)^2 + (2 - 7)^2]} = \sqrt{(9 + 25)} = \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{[(-1 - 4)^2 + (-1 - 2)^2]} = \sqrt{(25 + 9)} = \sqrt{34}$$

$$CD = \sqrt{[(-4 + 1)^2 + (4 + 1)^2]} = \sqrt{(9 + 25)} = \sqrt{34}$$

$$DA = \sqrt{[(1 + 4)^2 + (7 - 4)^2]} = \sqrt{(25 + 9)} = \sqrt{34}$$

$$\text{Diagonals: } AC = \sqrt{[(-1 - 1)^2 + (-1 - 7)^2]} = \sqrt{(4 + 64)} = \sqrt{68}$$

$$BD = \sqrt{[(-4 - 4)^2 + (4 - 2)^2]} = \sqrt{(64 + 4)} = \sqrt{68}$$

Since all four sides are equal ($AB = BC = CD = DA = \sqrt{34}$) and both diagonals are equal ($AC = BD = \sqrt{68}$), **ABCD is a square.**

चरणबद्ध हल (हिंदी):

भुजाएँ: $AB = BC = CD = DA = \sqrt{34}$ (सभी चारों भुजाएँ समान हैं)।

विकर्ण: $AC = \sqrt{68}$ तथा $BD = \sqrt{68}$ (दोनों विकर्ण समान हैं)।

अतः ABCD एक **वर्ग (Square)** है।

Textbook Example 6: Finding Coordinates by Section Formula / उदाहरण 6: विभाजन सूत्र द्वारा बिंदु के निर्देशांक

[Problem - EN]: Find the coordinates of the point which divides the line segment joining the points (4, -3) and (8, 5) in the ratio 3 : 1 internally.

[प्रश्न - HI]: उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं (4, -3) और (8, 5) को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से 3 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

Step-by-Step Solution (English):

Here $x_1 = 4$, $y_1 = -3$; $x_2 = 8$, $y_2 = 5$; $m_1 = 3$, $m_2 = 1$.

$$x = \frac{3(8) + 1(4)}{3 + 1} = \frac{(24 + 4)}{4} = \frac{28}{4} = 7.$$

$$y = \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1} = \frac{(15 - 3)}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

Therefore, the required point is **(7, 3)**.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

विभाजन सूत्र से: $x = \frac{3(8) + 1(4)}{4} = 28/4 = 7$; $y = \frac{3(5) + 1(-3)}{4} = 12/4 = 3$ ।

अतः अभीष्ट बिंदु **(7, 3)** है।

Textbook Example 7: Finding Ratio in which Point Divides Line / उदाहरण 7: अनुपात ज्ञात करना

[Problem - EN]: In what ratio does the point (-4, 6) divide the line segment joining the points A(-6, 10) and B(3, -8)?

[प्रश्न - HI]: बिंदु (-4, 6) बिंदुओं A(-6, 10) और B(3, -8) को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

Step-by-Step Solution (English):

Let point P(-4, 6) divide AB internally in the ratio $k : 1$.

$$\text{By section formula: } -4 = \frac{k(3) + 1(-6)}{k + 1} \Rightarrow -4(k + 1) = 3k - 6 \Rightarrow -4k - 4 = 3k - 6 \Rightarrow 7k = 2 \Rightarrow k = 2/7.$$

Therefore, the point P divides AB in the ratio **2 : 7**.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

माना अनुपात $k : 1$ है। तब: $-4 = \frac{(3k - 6)}{(k + 1)} \Rightarrow -4k - 4 = 3k - 6 \Rightarrow 7k = 2 \Rightarrow k = 2/7$ ।

अतः अभीष्ट अनुपात **2 : 7** है।

Section 3: Exercise 7.1 Complete Step-by-Step Solutions

खंड 3: प्रश्नावली 7.1 के संपूर्ण चरणबद्ध हल

Exercise 7.1 — Complete Solutions (Q1 to Q10) / प्रश्नावली 7.1 — संपूर्ण हल

[EN] Detailed solutions for all 10 questions of Exercise 7.1 using the distance formula.

[HI] दूरी सूत्र द्वारा प्रश्नावली 7.1 के प्रश्न 1 से 10 तक के संपूर्ण हल:

- **Q1:** (i) $d = \sqrt{[(4-2)^2 + (1-3)^2]} = \sqrt{(4+4)} = 2\sqrt{2}$ • (ii) $d = \sqrt{[(-1+5)^2 + (3-7)^2]} = \sqrt{(16+16)} = 4\sqrt{2}$ • (iii) $d = \sqrt{[(-a-a)^2 + (-b-b)^2]} = \sqrt{(4a^2 + 4b^2)} = 2\sqrt{(a^2 + b^2)}$.
- **Q2:** Distance between (0, 0) and (36, 15) $= \sqrt{(36^2 + 15^2)} = \sqrt{(1296 + 225)} = \sqrt{1521} = 39$; **39 km.**
- **Q3:** A(1, 5), B(2, 3), C(-2, -11): $AB = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{212}$, $AC = \sqrt{265}$. $AB + BC \neq AC \Rightarrow$ **Not collinear (संरेखी नहीं हैं).**
- **Q4:** A(5, -2), B(6, 4), C(7, -2): $AB = \sqrt{(1 + 36)} = \sqrt{37}$; $BC = \sqrt{(1 + 36)} = \sqrt{37}$; $AC = 2$. Since $AB = BC$, **Yes, vertices of an isosceles triangle (समद्विबाहु त्रिभुज).**
- **Q5 (Classroom Square ABCD — Fig 7.1 Left):** A(3, 4), B(6, 7), C(9, 4), D(6, 1). $AB = BC = CD = DA = 3\sqrt{2}$; diagonals $AC = BD = 6 \Rightarrow$ **ABCD is a square, so Champa is correct (चंपा सही है).**
- **Q6:** (i) A(-1, -2), B(1, 0), C(-1, 2), D(-3, 0): All sides $= 2\sqrt{2}$, diagonals $= 4 \Rightarrow$ **Square (वर्ग).**
(ii) A(-3, 5), B(3, 1), C(0, 3), D(-1, -4): $AC = \sqrt{13}$, $BC = \sqrt{13}$, $AB = 2\sqrt{13} \Rightarrow$ Collinear, **No quadrilateral formed.**
(iii) A(4, 5), B(7, 6), C(4, 3), D(1, 2): Opposite sides equal ($\sqrt{10}$, $\sqrt{18}$), diagonals unequal $\Rightarrow$ **Parallelogram (समांतर चतुर्भुज).**
- **Q7:** Point on x-axis P(x, 0) equidistant from (2, -5) and (-2, 9): $(x - 2)^2 + 25 = (x + 2)^2 + 81 \Rightarrow -8x = 56 \Rightarrow (-7, 0)$.
- **Q8:** Distance between P(2, -3) and Q(10, y) is 10: $8^2 + (y + 3)^2 = 100 \Rightarrow (y + 3)^2 = 36 \Rightarrow y = -9, 3$.
- **Q9:** Q(0, 1) equidistant from P(5, -3) and R(x, 6): $25 + 16 = x^2 + 25 \Rightarrow x = \pm 4$; **QR = $\sqrt{41}$; PR = $\sqrt{82}$ or $9\sqrt{2}$.**
- **Q10:** (x, y) equidistant from (3, 6) and (-3, 4): $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2 \Rightarrow 3x + y - 5 = 0$.

Final Answer / उत्तर: All 10 questions of Ex 7.1 solved and verified.

Section 4: Exercise 7.2 Complete Step-by-Step Solutions

खंड 4: प्रश्नावली 7.2 के संपूर्ण चरणबद्ध हल

Exercise 7.2 — Complete Solutions (Q1 to Q10) / प्रश्नावली 7.2 — संपूर्ण हल

[EN] Detailed solutions for all 10 questions of Exercise 7.2 using section and midpoint formulas.

[HI] विभाजन एवं मध्य-बिंदु सूत्र द्वारा प्रश्नावली 7.2 के प्रश्न 1 से 10 के संपूर्ण हल:

- **Q1:** Divides (-1, 7) and (4, -3) in 2 : 3 $\Rightarrow x = [2(4) + 3(-1)]/5 = 1$, $y = [2(-3) + 3(7)]/5 = 3 \Rightarrow (1, 3)$.
- **Q2:** Trisection of (4, -1) and (-2, -3): Ratio 1:2 $\Rightarrow (2, -5/3)$; Ratio 2:1 $\Rightarrow (0, -7/3)$.
- **Q3:** Niharika G(2, 25), Preet R(8, 20): Distance $= \sqrt{[(8-2)^2 + (20-25)^2]} = \sqrt{61}$ m; Rashmi's blue flag at midpoint $= (5, 22.5)$, i.e., **5th line at 22.5 m.**
- **Q4:** Ratio in which (-1, 6) divides (-3, 10) and (6, -8): $(6k - 3)/(k + 1) = -1 \Rightarrow 7k = 2 \Rightarrow 2 : 7$.
- **Q5:** Ratio in which x-axis divides A(1, -5) and B(-4, 5): $(5k - 5)/(k + 1) = 0 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow 1 : 1$; Point $= (-3/2, 0)$.
- **Q6:** Parallelogram vertices (1, 2), (4, y), (x, 6), (3, 5): Midpoint of diagonals coincide $\Rightarrow (1 + x)/2 = 7/2 \Rightarrow x = 6$; $8/2 = (y + 5)/2 \Rightarrow y = 3$.
- **Q7:** Diameter AB with centre (2, -3) and B(1, 4): $(x + 1)/2 = 2 \Rightarrow x = 3$; $(y + 4)/2 = -3 \Rightarrow y = -10 \Rightarrow A(3, -10)$.
- **Q8:** AP = (3/7)AB on A(-2, -2) and B(2, -4) $\Rightarrow AP : PB = 3 : 4 \Rightarrow P(-2/7, -20/7)$.

- **Q9:** 4 equal parts of A(-2, 2) and B(2, 8): Midpoint $P_2 = (0, 5)$; Midpoint of $AP_2 = (-1, 7/2)$; Midpoint of $P_2B = (1, 13/2)$.
- **Q10 (Area of Rhombus — Fig 7.1 Right):** Vertices (3, 0), (4, 5), (-1, 4), (-2, -1).
 Diagonal AC = $\sqrt{(16 + 16)} = 4\sqrt{2}$; Diagonal BD = $\sqrt{(36 + 36)} = 6\sqrt{2}$.
 Area = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 24 \text{ sq. units (24 वर्ग मात्रक)}$.

Final Answer / उत्तर: All 10 questions of Ex 7.2 solved and verified.

Section 5: Chapter Summary & Key Formulas

खंड 5: अध्याय सारांश एवं प्रमुख सूत्र

Formula	Algebraic Expression	हिंदी विवरण
Distance Formula	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	दो बिंदुओं के बीच की दूरी
Section Formula	$(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2})$	$m_1:m_2$ में अंतः विभाजन
Mid-Point Formula	$(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$	रेखाखंड के मध्य-बिंदु के निर्देशांक

© TYBA Coaching Centre (टी वाई बी ए कोचिंग सेंटर) — All Rights Reserved. For Admissions, Regular Batch Coaching & Doubt Clearing Sessions, Contact: **6367029449**.