

TYBA COACHING CENTRE | टी वाई बी ए कोचिंग सेंटर

Contact / WhatsApp: 6367029449 • NCERT Class 10 Mathematics Complete Comprehensive Notes & Solutions

Chapter 3: Pair of Linear Equations in Two Variables

अध्याय 3: दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

Section 1: Detailed Concepts, Consistency Conditions & Methods

खंड 1: विस्तृत अवधारणाएँ, संगतता की शर्तें एवं विधियाँ

3.1 Pair of Linear Equations in Two Variables / 3.1 दो चरों में रैखिक समीकरण युग्म

[English Theory]: An equation which can be put in the form $ax + by + c = 0$, where a, b, c are real numbers and a, b are not both zero (i.e. $a^2 + b^2 \neq 0$), is called a **linear equation in two variables** x and y .

Every solution (x, y) of this equation corresponds to a point on the straight line representing it.

A general pair of linear equations in two variables is represented as:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ —(Line 1)}$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ —(Line 2)}$$

Geometrically, two straight lines in a plane can exhibit exactly one of three possibilities:

1. **Intersecting:** The two lines intersect at a single point $\Rightarrow$ Unique solution.
2. **Parallel:** The two lines never meet $\Rightarrow$ No solution.
3. **Coincident:** The two lines lie on top of each other $\Rightarrow$ Infinitely many solutions.

[हिंदी सिद्धांत]: एक समीकरण जिसे $ax + by + c = 0$ के रूप में रखा जा सकता है, जहाँ a, b, c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा a और b दोनों शून्य नहीं हैं (अर्थात् $a^2 + b^2 \neq 0$), दो चरों x और y में एक **रैखिक समीकरण** कहलाता है।

इस समीकरण का प्रत्येक हल (x, y) इसे निरूपित करने वाली सरल रेखा पर स्थित एक बिंदु होता है।

दो चरों में रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ तथा } a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

एक तल में दी गई दो रेखाओं के लिए तीन संभावनाएँ होती हैं:

1. **प्रतिच्छेदी रेखाएँ:** रेखाएँ एक बिंदु पर काटती हैं $\Rightarrow$ अद्वितीय हल।
2. **समांतर रेखाएँ:** रेखाएँ कभी नहीं मिलती $\Rightarrow$ कोई हल नहीं।
3. **संपाती रेखाएँ:** रेखाएँ एक-दूसरे के ऊपर स्थित होती हैं $\Rightarrow$ अपरिमित रूप से अनेक हल।

3.2 Consistency Analysis & Ratio Comparison Table / 3.2 संगतता की शर्तें एवं अनुपातों की तुलना सारणी

[English Theory]: For the system $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ and $a_2x + b_2y + c_2 = 0$:

• Condition 1 (Unique Solution / Consistent):

If $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$, the lines intersect at a point. The system has exactly one (unique) solution and is called

Consistent (संगत).

• Condition 2 (Infinitely Many Solutions / Dependent Consistent):

If $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$, the lines are coincident. The system has infinitely many solutions and is called **Consistent / Dependent (आश्रित संगत).**

• Condition 3 (No Solution / Inconsistent):

If $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$, the lines are parallel. The system has no solution and is called **Inconsistent (असंगत).**

[हिंदी सिद्धांत]: समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ के लिए:

• शर्त 1 (अद्वितीय हल / संगत):

यदि $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$, तो रेखाएँ प्रतिच्छेदी होती हैं। केवल एक अद्वितीय हल होता है और समीकरण युग्म **संगत** कहलाता है।

• शर्त 2 (अनेक हल / आश्रित संगत):

यदि $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$, तो रेखाएँ संपाती होती हैं। अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं और समीकरण युग्म **आश्रित संगत** कहलाता है।

• शर्त 3 (कोई हल नहीं / असंगत):

यदि $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$, तो रेखाएँ समांतर होती हैं। कोई हल नहीं होता और समीकरण युग्म **असंगत** कहलाता है।

3.3 Algebraic Methods: Substitution & Elimination Methods / 3.3 बीजगणितीय विधियाँ: प्रतिस्थापन विधि एवं विलोपन विधि

[English Theory]: Method 1: Substitution Method (प्रतिस्थापन विधि):

Step 1: Express one variable in terms of the other from one equation (say y in terms of x).

Step 2: Substitute this value into the other equation to get a linear equation in a single variable.

Step 3: Solve for this variable and back-substitute to find the remaining variable.

Edge cases: If a true statement like $0 = 0$ is obtained $\Rightarrow$ Infinitely many solutions. If a false statement like $0 = 9$ is obtained $\Rightarrow$ No solution.

Method 2: Elimination Method (विलोपन विधि):

Step 1: Multiply one or both equations by suitable non-zero constants so that the coefficients of one variable become numerically equal.

Step 2: Add or subtract the equations to eliminate that variable.

Step 3: Solve the resulting single-variable equation and substitute the value into either original equation.

[हिंदी सिद्धांत]: विधि 1: प्रतिस्थापन विधि (Substitution Method):

चरण 1: किसी एक समीकरण से एक चर का मान दूसरे चर के पदों में ज्ञात कीजिए (जैसे x के पदों में y)।

चरण 2: इस मान को दूसरे समीकरण में प्रतिस्थापित करके एक चर वाला समीकरण प्राप्त कीजिए।

चरण 3: उस चर का मान ज्ञात करके पूर्व समीकरण में रखकर दूसरा चर ज्ञात कीजिए।

विशेष स्थितियाँ: यदि $0 = 0$ जैसा सत्य कथन प्राप्त हो $\Rightarrow$ अपरिमित रूप से अनेक हल। यदि $0 = 9$ जैसा असत्य कथन प्राप्त हो $\Rightarrow$ कोई हल नहीं।

विधि 2: विलोपन विधि (Elimination Method):

चरण 1: समीकरणों को उपयुक्त अशून्य अचरों से गुणा करके किसी एक चर के गुणांकों को संख्यात्मक रूप से समान बनाइए।

चरण 2: एक समीकरण को दूसरे में से जोड़कर या घटाकर उस चर का विलोपन कीजिए।

चरण 3: प्राप्त एक चर वाले समीकरण को हल करके मान निकालें और मूल समीकरण में रखकर दूसरा चर ज्ञात करें।

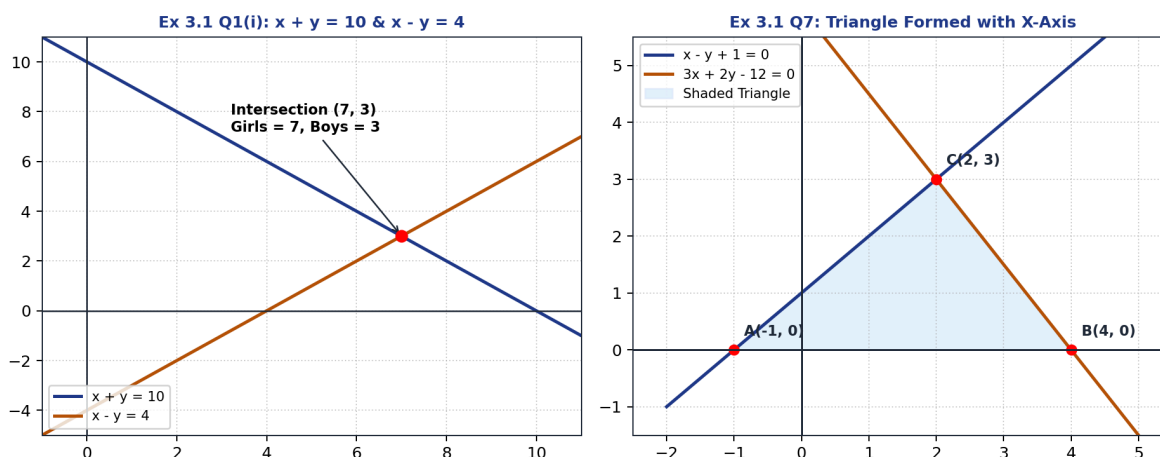


Fig 3.1: Graphical Intersection for Linear System Ex 3.1 Q1 (Intersecting at (7, 3)) and Ex 3.1 Q7 (Shaded Triangle with Vertices (-1, 0), (4, 0), and (2, 3)) — TYBA Coaching Centre

Section 2: Textbook Solved Examples with Step-by-Step Bilingual Solutions

खंड 2: पाठ्यपुस्तक के सभी हल किए गए उदाहरण (विस्तृत चरणबद्ध हल)

Textbook Example 1: Graphical Representation of Akhila at the Fair / उदाहरण 1: अखिला का मेले में जाना (ग्राफीय निरूपण)

[Problem - EN]: Akhila went to a fair in her village. She wanted to enjoy rides on the Giant Wheel and play Hoopla. The number of times she played Hoopla is half the number of rides she had on the Giant Wheel. Each ride costs ₹ 3, and a game of Hoopla costs ₹ 4. She spent ₹ 20. Represent this situation algebraically and graphically.

[प्रश्न - HI]: अखिला मेले में गई। उसने चरखी की सवारी की तथा हूपला खेल खेला। हूपला खेलने की संख्या चरखी की सवारी की संख्या की आधी है। चरखी का ₹ 3 प्रति चक्कर तथा हूपला का ₹ 4 प्रति खेल है और उसने कुल ₹ 20 खर्च किए। इसे बीजगणितीय तथा ग्राफीय रूप में व्यक्त कीजिए।

Step-by-Step Solution (English):

Let number of rides on Giant Wheel = x and number of Hoopla games = y .

Algebraic representation:

$$1. y = x/2 \Rightarrow x - 2y = 0 \text{ ---(1)}$$

$$2. 3x + 4y = 20 \text{ ---(2)}$$

Points for Line (1): (0, 0), (2, 1), (4, 2).

Points for Line (2): (0, 5), (4, 2), (20/3, 0).

Both lines intersect at (4, 2). Thus, Akhila had **4 rides on the Giant Wheel** and played **Hoopla 2 times**.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

माना चरखी की सवारी = x तथा हूपला खेल = y ।

बीजगणितीय निरूपण: $x - 2y = 0$ तथा $3x + 4y = 20$ ।

रेखा 1 के बिंदु: (0, 0), (2, 1), (4, 2)।

रेखा 2 के बिंदु: (0, 5), (4, 2)।

दोनों रेखाएँ बिंदु (4, 2) पर प्रतिच्छेद करती हैं। अतः चरखी की सवारी की संख्या = 4 तथा हूपला खेल की संख्या = 2 है।

Textbook Example 2: Stationery Cost: Romila & Sonali (Coincident Lines) / उदाहरण 2: रोमिला और सोनाली की पेंसिलें (संपाती रेखाएँ)

[Problem - EN]: Romila went to a stationery shop and purchased 2 pencils and 3 erasers for ₹ 9. Her friend Sonali bought 4 pencils and 6 erasers of the same kind for ₹ 18. Represent this situation algebraically and graphically.

[प्रश्न - HI]: रोमिला ने ₹ 9 में 2 पेंसिल तथा 3 रबड़ खरीदे। सोनाली ने ₹ 18 में 4 पेंसिल तथा 6 रबड़ खरीदे। इसे ग्राफीय रूप में निरूपित कीजिए।

Step-by-Step Solution (English):

Let cost of 1 pencil = ₹ x and 1 eraser = ₹ y .

Equations: $2x + 3y = 9$ ---(1) and $4x + 6y = 18$ ---(2).

Comparing ratios: $a_1/a_2 = 2/4 = 1/2$, $b_1/b_2 = 3/6 = 1/2$, $c_1/c_2 = 9/18 = 1/2$.

Since $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$, the lines are **coincident (संपाती)** and there are infinitely many solutions.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

माना 1 पेंसिल का मूल्य = ₹ x तथा 1 रबड़ = ₹ y ।

समीकरण: $2x + 3y = 9$ तथा $4x + 6y = 18$ ।

अनुपात तुलना: $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2 = 1/2$ ।

अतः दोनों रेखाएँ संपाती हैं तथा अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

Textbook Example 3: Railway Tracks (Parallel Lines) / उदाहरण 3: रेल पटरियाँ (समांतर रेखाएँ)

[Problem - EN]: Two rails are represented by the equations $x + 2y - 4 = 0$ and $2x + 4y - 12 = 0$. Represent this situation geometrically.

[प्रश्न - HI]: दो रेल पटरियाँ समीकरणों $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ द्वारा निरूपित हैं। इसे ज्यामितीय रूप में व्यक्त कीजिए।

Step-by-Step Solution (English):

For $x + 2y - 4 = 0$: points are (0, 2) and (4, 0).

For $2x + 4y - 12 = 0$: points are (0, 3) and (6, 0).

Comparing ratios: $a_1/a_2 = 1/2$, $b_1/b_2 = 2/4 = 1/2$, $c_1/c_2 = -4/(-12) = 1/3$.

Since $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$, the two lines are **parallel (समांतर)** and will never cross each other.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

अनुपात तुलना से: $a_1/a_2 = b_1/b_2 = 1/2 \neq c_1/c_2 (1/3)$ ।

अतः रेखाएँ **समांतर** हैं और वे एक-दूसरे को कभी नहीं काटेंगी (कोई हल नहीं)।

Textbook Example 4: Substitution Method: $7x - 15y = 2$ and $x + 2y = 3$ / उदाहरण 4: प्रतिस्थापन विधि द्वारा $7x - 15y = 2$ और $x + 2y = 3$ का हल

[Problem - EN]: Solve the following system of equations by substitution method: $7x - 15y = 2$ and $x + 2y = 3$.

[प्रश्न - HI]: प्रतिस्थापन विधि द्वारा निम्न समीकरण युग्म को हल कीजिए: $7x - 15y = 2$ तथा $x + 2y = 3$ ।

Step-by-Step Solution (English):

From equation (2): $x = 3 - 2y$.

Substitute in (1): $7(3 - 2y) - 15y = 2 \Rightarrow 21 - 14y - 15y = 2 \Rightarrow -29y = -19 \Rightarrow y = 19/29$.

Substitute y in x: $x = 3 - 2(19/29) = (87 - 38)/29 = 49/29$.

Solution: $x = 49/29$, $y = 19/29$.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

समीकरण (2) से: $x = 3 - 2y$ । समीकरण (1) में रखने पर: $7(3 - 2y) - 15y = 2 \Rightarrow 29y = 19 \Rightarrow y = 19/29$ ।

अतः $x = 3 - 38/29 = 49/29$ । अभीष्ट हल: $x = 49/29$, $y = 19/29$ ।

Textbook Example 8: Elimination Method: Ratio of Incomes and Expenditures / उदाहरण 8: विलोपन विधि: आय और व्यय का अनुपात

[Problem - EN]: The ratio of incomes of two persons is 9 : 7 and the ratio of their expenditures is 4 : 3. If each of them manages to save ₹ 2000 per month, find their monthly incomes.

[प्रश्न - HI]: दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9 : 7 है और उनके खर्चों का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक व्यक्ति प्रति माह ₹ 2000 बचा लेता है, तो उनकी मासिक आय ज्ञात कीजिए।

Step-by-Step Solution (English):

Let incomes be $9x$ and $7x$, and expenditures be $4y$ and $3y$.

Equations: $9x - 4y = 2000$ —(1) and $7x - 3y = 2000$ —(2).

Multiply (1) by 3 and (2) by 4:

$27x - 12y = 6000$ —(3)

$28x - 12y = 8000$ —(4)

Subtracting (3) from (4): $x = 2000$.

Therefore, monthly incomes: $9(2000) = ₹ 18,000$ and $7(2000) = ₹ 14,000$.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

माना आय = $9x$ तथा $7x$, और खर्च = $4y$ तथा $3y$ ।

समीकरण: $9x - 4y = 2000$ तथा $7x - 3y = 2000$ ।

y के गुणांक समान करने पर: समीकरण (1) $\times 3$ तथा (2) $\times 4$:

$27x - 12y = 6000$ तथा $28x - 12y = 8000$ ।

घटाने पर: $x = 2000$ ।

अतः मासिक आय = $9 \times 2000 = ₹ 18,000$ तथा $7 \times 2000 = ₹ 14,000$ ।

Textbook Example 10: Sum of a Two-Digit Number & Reversal / उदाहरण 10: दो अंकों की संख्या और उसके अंकों के पलटने से बनी संख्या का योग

[Problem - EN]: The sum of a two-digit number and the number obtained by reversing the digits is 66. If the digits differ by 2, find the number. How many such numbers are there?

[प्रश्न - HI]: दो अंकों की एक संख्या एवं उसके अंकों को उलटने पर बनी संख्या का योग 66 है। यदि संख्या के अंकों का अंतर 2 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए। ऐसी संख्याएँ कितनी हैं?

Step-by-Step Solution (English):

Let tens digit = x , units digit = y . Number = $10x + y$. Reversed = $10y + x$.

Given: $(10x + y) + (10y + x) = 66 \Rightarrow 11(x + y) = 66 \Rightarrow x + y = 6$ —(1).

Difference of digits = 2 $\Rightarrow$ either $x - y = 2$ or $y - x = 2$.

Case 1: $x + y = 6$ and $x - y = 2 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4, y = 2 \Rightarrow$ Number = **42**.

Case 2: $x + y = 6$ and $y - x = 2 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = 4, x = 2 \Rightarrow$ Number = **24**.

There are **two such numbers: 42 and 24**.

चरणबद्ध हल (हिंदी):

माना दहाई अंक = x , इकाई अंक = y । मूल संख्या = $10x + y$ । उलटने पर = $10y + x$ ।

शर्त 1: $11(x + y) = 66 \Rightarrow x + y = 6$ ।

शर्त 2: अंकों का अंतर 2 $\Rightarrow x - y = 2$ अथवा $y - x = 2$ ।

स्थिति 1 से: $x = 4, y = 2 \Rightarrow$ संख्या = **42**।

स्थिति 2 से: $x = 2, y = 4 \Rightarrow$ संख्या = **24**।

अतः ऐसी दो संख्याएँ (**42 और 24**) हैं।

Section 3: Exercise 3.1 Complete Step-by-Step Solutions

खंड 3: प्रश्नावली 3.1 के संपूर्ण चरणबद्ध हल

Exercise 3.1 — Question 1 / प्रश्नावली 3.1 — प्रश्न 1

[EN] Form the pair of linear equations and find solutions graphically:

(i) 10 students of Class X took part in a Maths quiz. Number of girls is 4 more than boys. Find number of boys and girls.

(ii) 5 pencils and 7 pens cost ₹ 50; 7 pencils and 5 pens cost ₹ 46. Find cost of 1 pencil and 1 pen.

[HI] निम्न समस्याओं में समीकरण युग्म बनाइए और उनके ग्राफीय हल ज्ञात कीजिए:

(i) कक्षा X के 10 विद्यार्थियों ने पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया। लड़कियों की संख्या लड़कों से 4 अधिक है।

(ii) 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का मूल्य ₹ 50 है; 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का मूल्य ₹ 46 है।

(i) Mathematics Quiz (गणित पहेली):

Let girls = x , boys = y .

Total students: $x + y = 10$ —(1)

Difference: $x - y = 4$ —(2)

Points for (1): (0, 10), (10, 0), (7, 3). Points for (2): (4, 0), (0, -4), (7, 3).

Both lines intersect at **(7, 3)** (See Fig 3.1 Left).

Hence, **Number of girls = 7, Number of boys = 3**.

(ii) Pencils & Pens (पेंसिल और कलम):

Let cost of 1 pencil = ₹ x , 1 pen = ₹ y .

Equations: $5x + 7y = 50$ —(1) and $7x + 5y = 46$ —(2).

Points for (1): (10, 0), (3, 5), (-4, 10). Points for (2): (8, -2), (3, 5), (-2, 12).

Both lines intersect at **(3, 5)**.

Hence, **Cost of 1 pencil = ₹ 3, Cost of 1 pen = ₹ 5**.

Final Answer / उत्तर: (i) Girls = 7, Boys = 3 (ii) 1 Pencil = ₹ 3, 1 Pen = ₹ 5

Exercise 3.1 — Question 2 & 3 / प्रश्नावली 3.1 — प्रश्न 2 एवं 3

[EN] Q2: On comparing ratios a_1/a_2 , b_1/b_2 , c_1/c_2 , find whether lines intersect, are parallel or coincident: (i) $5x - 4y + 8 = 0$; $7x + 6y - 9 = 0$ (ii) $9x + 3y + 12 = 0$; $18x + 6y + 24 = 0$ (iii) $6x - 3y + 10 = 0$; $2x - y + 9 = 0$.

Q3: Check consistency: (i) $3x+2y=5$; $2x-3y=7$ (ii) $2x-3y=8$; $4x-6y=9$ (iii) $(3/2)x+(5/3)y=7$; $9x-10y=14$ (iv) $5x-3y=11$; $-10x+6y=-22$ (v) $(4/3)x+2y=8$; $2x+3y=12$.

[HI] प्रश्न 2: अनुपातों a_1/a_2 , b_1/b_2 , c_1/c_2 की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि रेखाएँ प्रतिच्छेदी, समांतर या संपाती हैं। प्रश्न 3: संगत/असंगत की जाँच कीजिए।

Solution to Q2:

(i) $a_1/a_2 = 5/7$, $b_1/b_2 = -4/6 = -2/3 \Rightarrow a_1/a_2 \neq b_1/b_2 \Rightarrow$ **Intersect at a point** (प्रतिच्छेद करती हैं).

(ii) $a_1/a_2 = 9/18 = 1/2$, $b_1/b_2 = 3/6 = 1/2$, $c_1/c_2 = 12/24 = 1/2 \Rightarrow a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2 \Rightarrow$ **Coincident lines** (संपाती रेखाएँ).

(iii) $a_1/a_2 = 6/2 = 3$, $b_1/b_2 = -3/(-1) = 3$, $c_1/c_2 = 10/9 \Rightarrow a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2 \Rightarrow$ **Parallel lines** (समांतर रेखाएँ).

Solution to Q3:

(i) $3/2 \neq 2/(-3) \Rightarrow$ **Consistent** (संगत).

(ii) $2/4 = -3/(-6) = 1/2 \neq 8/9 \Rightarrow$ **Inconsistent** (असंगत).

(iii) $(3/2)/9 = 1/6 \neq (5/3)/(-10) = -1/6 \Rightarrow$ **Consistent** (संगत).

(iv) $5/(-10) = -3/6 = 11/(-22) = -1/2 \Rightarrow$ **Consistent** (संगत).

(v) $(4/3)/2 = 2/3 = 2/3 = 8/12 \Rightarrow$ **Consistent** (संगत).

Final Answer / उत्तर: Q2: (i) Intersect (ii) Coincident (iii) Parallel • Q3: (i) Consistent (ii) Inconsistent (iii) Consistent (iv) Consistent (v) Consistent

Exercise 3.1 — Question 4, 5, 6 & 7 / प्रश्नावली 3.1 — प्रश्न 4, 5, 6 एवं 7

[EN] Q4: Consistent/inconsistent graphical check: (i) $x+y=5$; $2x+2y=10$ (ii) $x-y=8$; $3x-3y=16$ (iii) $2x+y-6=0$; $4x-2y-4=0$ (iv) $2x-2y-2=0$; $4x-4y-5=0$.

Q5: Half perimeter of rectangular garden is 36 m, length is 4 m more than width. Find dimensions.

Q6: Given $2x + 3y - 8 = 0$, write another equation so pair is (i) intersecting (ii) parallel (iii) coincident.

Q7: Draw graphs of $x - y + 1 = 0$ and $3x + 2y - 12 = 0$. Find coordinates of triangle vertices formed with x-axis and shade.

[HI] प्रश्न 4: संगत/असंगत ग्राफीय हल। प्रश्न 5: आयताकार बाग की विमाएँ। प्रश्न 6: अन्य समीकरण लिखना। प्रश्न 7: x-अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्ष एवं छायांकित भाग।

Q4 Solutions:

(i) $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2 = 1/2 \Rightarrow$ **Consistent** (Coincident lines: $y = 5 - x$, infinitely many solutions).

(ii) $a_1/a_2 = b_1/b_2 = 1/3 \neq 8/16 \Rightarrow$ **Inconsistent** (Parallel lines, no solution).

(iii) $2/4 = 1/2 \neq 1/(-2) = -1/2 \Rightarrow$ **Consistent**. Lines intersect at **(2, 2)**.

(iv) $2/4 = -2/(-4) = 1/2 \neq -2/(-5) = 2/5 \Rightarrow$ **Inconsistent**.

Q5 Solution (Rectangular Garden / आयताकार बाग):

Let length = x m, width = y m. Given: $x = y + 4 \Rightarrow x - y = 4$ —(1).

Half perimeter: $x + y = 36$ —(2).

Adding (1) and (2): $2x = 40 \Rightarrow x = 20$ m (Length / लंबाई), and $y = 20 - 4 = 16$ m (Width / चौड़ाई).

Q6 Solution (Given $2x + 3y - 8 = 0$):

(i) Intersecting lines ($a_1/a_2 \neq b_1/b_2$): $3x + 2y - 7 = 0$.

(ii) Parallel lines ($a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$): $2x + 3y - 12 = 0$.

(iii) Coincident lines ($a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$): $4x + 6y - 16 = 0$.

Q7 Solution (Triangle Vertices — See Fig 3.1 Right):

Line 1: $x - y + 1 = 0 \Rightarrow$ meets x-axis ($y=0$) at **A(-1, 0)**.

Line 2: $3x + 2y - 12 = 0 \Rightarrow$ meets x-axis ($y=0$) at **B(4, 0)**.

Intersection of both lines: From (1), $y = x + 1$. In (2): $3x + 2(x + 1) - 12 = 0 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2, y = 3 \Rightarrow$ **C(2, 3)**.

The triangle formed by the lines and the x-axis has vertices: **(-1, 0), (4, 0), and (2, 3)**.

Final Answer / उत्तर: Q5: Length = 20 m, Breadth = 16 m • Q6: (i) $3x+2y-7=0$ (ii) $2x+3y-12=0$ (iii) $4x+6y-16=0$ • Q7: (-1, 0), (4, 0), (2, 3)

Section 4: Exercise 3.2 Complete Step-by-Step Solutions (Substitution Method)

खंड 4: प्रश्नावली 3.2 के संपूर्ण चरणबद्ध हल (प्रतिस्थापन विधि)

Exercise 3.2 — Question 1 / प्रश्नावली 3.2 — प्रश्न 1

[EN] Solve the following pairs of linear equations by the substitution method:

(i) $x + y = 14; x - y = 4$

(ii) $s - t = 3; s/3 + t/2 = 6$

(iii) $3x - y = 3; 9x - 3y = 9$

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3; 0.4x + 0.5y = 2.3$

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0; \sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

(vi) $(3x/2) - (5y/3) = -2; x/3 + y/2 = 13/6$

[HI] निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए:

• (i) $x + y = 14; x - y = 4$:

From (2), $x = y + 4$. Substitute in (1): $(y + 4) + y = 14 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5; x = 5 + 4 = 9$.

• (ii) $s - t = 3; s/3 + t/2 = 6$:

From (1), $s = t + 3$. Multiply (2) by 6 $\Rightarrow 2s + 3t = 36$. Substitute s: $2(t + 3) + 3t = 36 \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6; s = 6 + 3 = 9$.

• (iii) $3x - y = 3; 9x - 3y = 9$:

From (1), $y = 3x - 3$. Substitute in (2): $9x - 3(3x - 3) = 9 \Rightarrow 9 = 9$ (True statement).

This means there are **infinitely many solutions** given by $y = 3x - 3$, where x is any real number.

• (iv) $0.2x + 0.3y = 1.3; 0.4x + 0.5y = 2.3$:

Multiply both equations by 10 $\Rightarrow 2x + 3y = 13$ —(1) and $4x + 5y = 23$ —(2).

From (1), $x = (13 - 3y)/2$. In (2): $4((13 - 3y)/2) + 5y = 23 \Rightarrow 26 - 6y + 5y = 23 \Rightarrow -y = -3 \Rightarrow y = 3; x = (13 - 9)/2 = 2$.

• (v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0; \sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$:

From (1), $x = -(\sqrt{3}/\sqrt{2})y$. In (2): $\sqrt{3}(-\sqrt{3}/\sqrt{2}y) - \sqrt{8}y = 0 \Rightarrow (-3/\sqrt{2} - 4/\sqrt{2})y = 0 \Rightarrow y = 0; x = 0$.

• (vi) $(3x/2) - (5y/3) = -2; x/3 + y/2 = 13/6$:

Multiply by 6: $9x - 10y = -12$ —(1) and $2x + 3y = 13$ —(2).

From (2), $x = (13 - 3y)/2$. In (1): $9((13 - 3y)/2) - 10y = -12 \Rightarrow 117 - 27y - 20y = -24 \Rightarrow 47y = 141 \Rightarrow y = 3; x = (13 - 9)/2 = 2$.

Final Answer / उत्तर: (i) $x=9, y=5$ • (ii) $s=9, t=6$ • (iii) $y=3x-3$ (infinitely many) • (iv) $x=2, y=3$ • (v) $x=0, y=0$ • (vi) $x=2, y=3$

Exercise 3.2 — Question 2 & 3 / प्रश्नावली 3.2 — प्रश्न 2 एवं 3

[EN] Q2: Solve $2x + 3y = 11$ and $2x - 4y = -24$ and find m for which $y = mx + 3$.

Q3: Form linear equations and solve by substitution: (i) Two numbers differ by 26, one is 3 times other. (ii) Larger

of two supplementary angles exceeds smaller by 18° . (iii) 7 bats and 6 balls cost ₹ 3800; 3 bats and 5 balls cost ₹ 1750. (iv) Taxi charges: 10 km cost ₹ 105, 15 km cost ₹ 155; find fixed, charge/km and cost for 25 km. (v) Fraction becomes $9/11$ if 2 is added to both, $5/6$ if 3 is added to both. (vi) 5 yrs hence Jacob is 3 times son's age; 5 yrs ago he was 7 times son's age.

[HI] प्रश्न 2: $2x+3y=11$ और $2x-4y=-24$ का हल और m का मान। प्रश्न 3: शब्द समस्याओं के समीकरण एवं प्रतिस्थापन हल।

Solution to Q2:

From (1), $2x = 11 - 3y$. In (2): $(11 - 3y) - 4y = -24 \Rightarrow -7y = -35 \Rightarrow y = 5$; $2x = 11 - 15 = -4 \Rightarrow x = -2$.

Now from $y = mx + 3$: $5 = m(-2) + 3 \Rightarrow -2m = 2 \Rightarrow m = -1$.

Solution to Q3:

(i) $x - y = 26$, $x = 3y \Rightarrow 3y - y = 26 \Rightarrow y = 13$, $x = 39$.

(ii) $x + y = 180$, $x - y = 18 \Rightarrow (y + 18) + y = 180 \Rightarrow y = 81^\circ$, $x = 99^\circ$.

(iii) $7x + 6y = 3800$, $3x + 5y = 1750 \Rightarrow x = (1750 - 5y)/3$. In (1): $7(1750 - 5y)/3 + 6y = 3800 \Rightarrow 17y = 850 \Rightarrow y = ₹ 50$ (Ball), $x = ₹ 500$ (Bat).

(iv) $x + 10y = 105$, $x + 15y = 155 \Rightarrow 5y = 50 \Rightarrow y = ₹ 10/\text{km}$, $x = ₹ 5$ (Fixed). For 25 km: $5 + 25(10) = ₹ 255$.

(v) $(x+2)/(y+2) = 9/11 \Rightarrow 11x - 9y + 4 = 0$; $(x+3)/(y+3) = 5/6 \Rightarrow 6x - 5y + 3 = 0$.

Solving gives $x = 7$, $y = 9 \Rightarrow \text{Fraction} = 7/9$.

(vi) $(x + 5) = 3(y + 5) \Rightarrow x - 3y - 10 = 0$; $(x - 5) = 7(y - 5) \Rightarrow x - 7y + 30 = 0$.

Solving gives **Jacob (x) = 40 years, Son (y) = 10 years.**

Final Answer / उत्तर: Q2: $x = -2$, $y = 5$, $m = -1$ • Q3: (i) 39, 13 (ii) 99° , 81° (iii) Bat ₹ 500, Ball ₹ 50 (iv) ₹ 5, ₹ 10/km, ₹ 255 (v) 7/9 (vi) Jacob = 40 yrs, Son = 10 yrs

Section 5: Exercise 3.3 Complete Step-by-Step Solutions (Elimination Method)

खंड 5: प्रश्नावली 3.3 के संपूर्ण चरणबद्ध हल (विलोपन विधि)

Exercise 3.3 — Question 1 & 2 / प्रश्नावली 3.3 — प्रश्न 1 एवं 2

[EN] Q1: Solve by elimination and substitution: (i) $x+y=5$; $2x-3y=4$ (ii) $3x+4y=10$; $2x-2y=2$ (iii) $3x-5y-4=0$; $9x=2y+7$ (iv) $x/2+2y/3=-1$; $x-y/3=3$.

Q2: Form linear equations and solve by elimination: (i) Fraction reduces to 1 if 1 is added to num & subtracted from den; becomes $1/2$ if 1 is added to den only. (ii) 5 yrs ago Nuri was 3 times Sonu; 10 yrs later Nuri will be twice Sonu. (iii) Sum of digits of 2-digit number is 9; 9 times number is twice reversed number. (iv) Meena withdrew ₹ 2000 in ₹ 50 and ₹ 100 notes (25 notes total). (v) Library charges: fixed for 3 days and daily after; Saritha paid ₹ 27 for 7 days, Susy paid ₹ 21 for 5 days.

[HI] प्रश्न 1: विलोपन एवं प्रतिस्थापन विधि से हल। प्रश्न 2: शब्द समस्याओं के विलोपन विधि से हल।

Solution to Q1 (विलोपन विधि से हल):

(i) Multiply $(x + y = 5)$ by 3 $\Rightarrow 3x + 3y = 15$. Add to $2x - 3y = 4 \Rightarrow 5x = 19 \Rightarrow x = 19/5$; $y = 5 - 19/5 = 6/5$.

(ii) Multiply $(2x - 2y = 2)$ by 2 $\Rightarrow 4x - 4y = 4$. Add to $3x + 4y = 10 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2$; $2(2) - 2y = 2 \Rightarrow y = 1$.

(iii) $3x - 5y = 4$ and $9x - 2y = 7$. Multiply first by 3 $\Rightarrow 9x - 15y = 12$. Subtract second $\Rightarrow -13y = 5 \Rightarrow y = -5/13$; $3x = 4 - 25/13 = 27/13 \Rightarrow x = 9/13$.

(iv) $3x + 4y = -6$ and $3x - y = 9$. Subtract second from first $\Rightarrow 5y = -15 \Rightarrow y = -3$; $3x = 9 - 3 = 6 \Rightarrow x = 2$.

Solution to Q2 (विलोपन विधि द्वारा शब्द समस्याएँ):

(i) Let fraction = x/y . $(x + 1)/(y - 1) = 1 \Rightarrow x - y = -2$. $x/(y + 1) = 1/2 \Rightarrow 2x - y = 1$.

Subtracting equations gives $x = 3$; $y = 3 + 2 = 5 \Rightarrow \text{Fraction} = 3/5$.

(ii) $x - 5 = 3(y - 5) \Rightarrow x - 3y = -10$; $x + 10 = 2(y + 10) \Rightarrow x - 2y = 10$.

Subtracting gives $y = 20$ years (Sonu); $x = 2(20) + 10 = 50$ years (Nuri).

(iii) $x + y = 9$; $9(10x + y) = 2(10y + x) \Rightarrow 88x - 11y = 0 \Rightarrow 8x - y = 0$.

Adding both equations: $9x = 9 \Rightarrow x = 1$, $y = 8 \Rightarrow \text{Number} = 18$.

(iv) $x + y = 25$ (notes); $50x + 100y = 2000 \Rightarrow x + 2y = 40$.

Subtracting: $y = 15$ (**₹ 100 notes**), and $x = 25 - 15 = 10$ (**₹ 50 notes**).

(v) $x + 4y = 27$; $x + 2y = 21$.

Subtracting gives $2y = 6 \Rightarrow y = ₹ 3/\text{day}$ (**Extra charge**); $x = 21 - 2(3) = ₹ 15$ (**Fixed charge**).

Final Answer / उत्तर: Q1: (i) 19/5, 6/5 (ii) 2, 1 (iii) 9/13, -5/13 (iv) 2, -3 • Q2: (i) 3/5 (ii) Nuri = 50, Sonu = 20 (iii) 18 (iv) 10 of ₹50, 15 of ₹100 (v) Fixed ₹ 15, ₹ 3/day

Section 6: Chapter Summary & Comparison Table

खंड 6: अध्याय सारांश एवं विधियों की तुलना

Algebraic Method / विधि	Key Mechanics / मुख्य प्रक्रिया	Best Suited When / सर्वाधिक उपयुक्त कब
Substitution Method	Express one variable in terms of the other and substitute.	One equation already has a variable with coefficient ± 1 .
Elimination Method	Multiply equations by constants to cancel one variable by adding/subtracting.	Both equations have coefficients greater than 1.
Consistency Ratios	$a_1/a_2 \neq b_1/b_2$ (1 solution), $=$ (inf solutions), $\neq c_1/c_2$ (0 solutions).	Checking solvability without graphing.

© TYBA Coaching Centre (टी वाई बी ए कोचिंग सेंटर) — All Rights Reserved. For Admissions, Regular Batch Coaching & Doubt Clearing Sessions, Contact: **6367029449**.