TYBA COACHING CENTRE, AJMER (RAJASTHAN)

Rashtriya Military Schools (RMS / RMC) Common Entrance Test (Class VI) • Master Summary

Chapter 5: Squares, Square Roots & Cubes (वर्ग, वर्गमूल एवं घन) • Director: Narayan Sir | Helpline: 6367029449

1. Golden Properties of Square Numbers / वर्ग संख्याओं के 6 स्वर्णिम गुणधर्म — Core Exam Concepts

Property 1 & 2: Unit Digits & Zero Rule (इकाई अंक व शून्य नियम)

• **Allowed Unit Digits:** A perfect square can end ONLY in **0, 1, 4, 5, 6, 9**.

• **Never Squares:** Numbers ending in **2, 3, 7, 8** can NEVER be perfect squares!

जिस संख्या का इकाई अंक 2, 3, 7 या 8 हो, वह कभी पूर्ण वर्ग नहीं हो सकती।

• **Trailing Zeros:** A square number always ends in an **EVEN** number of zeros (e.g. 100, 900, 250000). Numbers ending in odd zeros (10, 1000) are never squares.

पूर्ण वर्ग संख्या के अंत में शून्यों की संख्या सदैव सम (2, 4, 6...) होती है।

Property 3 & 4: Consecutive Differences & Odd Sum

• **Difference of Consecutive Squares:**

$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$

Example: $26^2 - 25^2 = 26 + 25 = \mathbf{51}$.

दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योग के बराबर होता है।

• **Sum of First n Odd Numbers:**

$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$

Example: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = \mathbf{25}$.

प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग सदैव n^2 होता है।

Property 5: Pythagorean Triplets (पाइथागोरियन त्रिक)

For any natural number m > 1, the three numbers $(2m,\ m^2 - 1,\ m^2 + 1)$ form a Pythagorean triplet satisfying $a^2 + b^2 = c^2$.

• If smallest member is 6: 2m = 6 → m = 3.

Triplet: $2(3)=6$, $3^2-1=8$, $3^2+1=10$ → **(6, 8, 10)**.

• Other classic triplets: (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25), (9, 40, 41).

पाइथागोरस प्रमेय को संतुष्ट करने वाली तीन संख्याओं का समूह।

Property 6: Digits in Square Root (वर्गमूल में अंकों की संख्या)

If a perfect square contains **N** digits, its square root contains:

• $N / 2$ digits (if N is even / सम हो).

• $(N + 1) / 2$ digits (if N is odd / विषम हो).

• Example: 144 (N=3) → (3+1)/2 = **2 digits** (12).

• Example: 10404 (N=5) → (5+1)/2 = **3 digits** (102).

पूर्ण वर्ग के अंकों के आधार पर वर्गमूल के अंकों की सीधी गणना।

Property 7: Non-Square Numbers Between n^2 and $(n+1)^2$

Between the squares of two consecutive natural numbers n and (n+1), there are exactly **2n non-perfect square numbers**.

• Between 12^2 (144) and 13^2 (169): 2 × 12 = **24 numbers**.

• Between 25^2 (625) and 26^2 (676): 2 × 25 = **50 numbers**.

दो क्रमागत वर्ग संख्याओं n^2 व $(n+1)^2$ के मध्य ठीक 2n संख्याएं होती हैं जो पूर्ण वर्ग नहीं हैं।

Property 8: Speed Vedic Shortcut for Numbers near 50

• **Numbers $(50 + d)^2 = (25 + d) \times 100 + d^2$:**

Example: 54^2 (d=4) → (25 + 4) and $4^2 = 29$ and 16 → **2,916**.

• **Numbers $(50 - d)^2 = (25 - d) \times 100 + d^2$:**

Example: 46^2 (d=4) → (25 − 4) and $4^2 = 21$ and 16 → **2,116**.

50 के निकट संख्याओं का मौखिक वर्ग निकालने की वैदिक गणितीय विधि।

Property 9: Square of Fractions & Decimals (भिन्न व दशमलव का वर्ग)

• Square of a proper fraction is always **smaller** than the fraction itself: $(1/2)^2 = 1/4 < 1/2$.

• Decimals: $(0.2)^2 = 0.04 < 0.2$ (number of decimal places doubles in square).

उचित भिन्न एवं 1 से छोटी दशमलव संख्या का वर्ग सदैव मूल संख्या से छोटा होता है।

Property 10: Cubes and Negative Sign Preservation

• Cube of a positive number is always positive: $(+4)^3 = +64$.

• Cube of a negative number is always negative: $(-4)^3 = -64$.

• $\sqrt[3]{(-216)} = -6$. (Note: Square roots of negative numbers are imaginary, but cube roots are real!).

ऋणात्मक संख्या का घन व घनमूल सदैव ऋणात्मक होता है।

2. Master Squares & Cubes Memory Table (1 to 20) / वर्ग एवं घन तालिका (1 से 20) — Direct Recall Table

n	Square (n^2)	Cube (n^3)	n	Square (n^2)	Cube (n^3)	n	Square (n^2)	Cube (n^3)	n	Square (n^2)	Cube (n^3)
1	1	1	**6**	36	216	**11**	121	1,331	**16**	256	4,096
2	4	8	**7**	49	343	**12**	144	1,728	**17**	289	4,913
3	9	27	**8**	64	512	**13**	169	2,197	**18**	324	5,832
4	16	64	**9**	81	729	**14**	196	2,744	**19**	361	6,859
5	25	125	**10**	100	1,000	**15**	225	3,375	**20**	400	8,000

Special 21 to 30 Squares / 21 से 30 तक के विशेष वर्ग:

$21^2 = 441$ | $22^2 = 484$ | $23^2 = 529$ | $24^2 = 576$ | $25^2 = 625$ | $26^2 = 676$ | $27^2 = 729$ | $28^2 = 784$ | $29^2 = 841$ | $30^2 = 900$.

21 से 30 तक के वर्ग याद होने पर परीक्षा में गणना का 70% समय बचता है।

3. Square Root & Cube Root Methods / वर्गमूल एवं घनमूल ज्ञात करने की विधियां — Algorithms

1. Prime Factorization Method (अभाज्य गुणनखंड विधि)

- Resolve the number into prime factors.
- Make **pairs of 2** identical factors for square root: `√(2×2 × 3×3) = 2×3 = 6`.
- Make **triplets of 3** identical factors for cube root: `∛(2×2×2 × 3×3×3) = 2×3 = 6`.
- **Multiplication / Division Questions:** To find the smallest number to multiply/divide to make a perfect square, multiply or divide by the unmatched factor.

पूर्ण वर्ग हेतु 2-2 के जोड़े तथा पूर्ण घन हेतु 3-3 के समूह बनाएं।

2. Long Division Method (भाग विधि द्वारा वर्गमूल)

- Group digits into pairs (bars) from right to left.
- For decimals, pair from decimal point to the left for integers, and to the right for fractional parts (add trailing zero if odd).
- **Addition / Subtraction Questions:**

- *Least number to subtract:* Remainder of long division.
- *Least number to add:* (Next integer)^2 – Given number.

घटाने हेतु शेषफल घटाएं; जोड़ने हेतु अगली संख्या के वर्ग में से घटाएं।

4. Four Core Problem Types in RMS CET / मिलिट्री स्कूल के 4 प्रमुख प्रश्न प्रकार — Exam Models

Problem Type	Standard Problem Statement (Bilingual)	Mathematical Method	Result
Army Soldiers Grid (सैनिक व्यूहरचना)	A commander arranges 1,800 soldiers in a square. 51 soldiers are left out. Find soldiers in each row. 1800 में से 51 शेष बचे। पंक्ति में सैनिक?	Soldiers in square = 1800 – 51 = 1749 (or 1800−19=1781). For 1849 → √1849 = **43**.	**43 soldiers**
Smallest Multiplier (न्यूनतम गुणक)	Find the smallest number by which 180 must be multiplied to make it a perfect square. 180 को किससे गुणा करें कि पूर्ण वर्ग बने?	$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1$. Factor 5 lacks a pair → Multiply by **5**.	**5** (Square = 900)
Least Number to Add (न्यूनतम जोड़ने योग्य)	Find least number to add to 1,750 to make it a perfect square. 1750 में क्या जोड़ें कि पूर्ण वर्ग बने?	$41^2 = 1681 < 1750 < 42^2 = 1764$. Number to add = 1764 – 1750 = **14**.	**14** (Square = 1764)
Least Square Divisible (विभाज्य वर्ग संख्या)	Find least square number divisible by 6, 9, 15 and 20. 6, 9, 15 व 20 से विभाज्य न्यूनतम पूर्ण वर्ग?	LCM(6,9,15,20) = 180 = $2^2 \times 3^2 \times 5$. Make 5 a pair → 180 × 5 = **900**.	**900** (√900 = 30)

5. Fast Mental Math Shortcuts / त्वरित मानसिक शॉर्टकट ट्रिक्स — Speed Techniques

Squaring Numbers Ending in 5 (इकाई 5 का वर्ग)

Formula: `(N5)² = [N × (N + 1)] followed by 25`

- 35^2 = (3 × 4) followed by 25 = **1,225**.
- 65^2 = (6 × 7) followed by 25 = **4,225**.
- 85^2 = (8 × 9) followed by 25 = **7,225**.
- 105^2 = (10 × 11) followed by 25 = **11,025**.

दहाई अंक को अगली संख्या से गुणा करें और अंत में 25 लिख दें।

Nested Square Root Chains (सीढ़ीदार वर्गमूल श्रृंखला)

Evaluate from innermost root outwards:

`√[21 + √{11 + √(25)}]`

Step 1: √25 = 5.

Step 2: √(11 + 5) = √16 = 4.

Step 3: √(21 + 4) = √25 = **5**.

अंतरतम वर्गमूल से प्रारंभ कर बाहर की ओर हल करते आएं।

TYBA Golden Success Rule: "Squares of odd numbers are always ODD; squares of even numbers are always EVEN!"
विषम संख्या का वर्ग सदैव विषम तथा सम संख्या का वर्ग सदैव सम होता है!